इसलिए असत्य ∨ सत्य = सत्य । अब, ∼ सत्य = असत्य होगा ।

§ ५. सोपाधिक प्रकथन (Conditional Statements)

यदि कोई प्रकथन किसी अन्य प्रकथन पर आश्रित बतलाया जाय तो वह एक सोपाधिक (Conditional) प्रकथन है; जैसे, यदि परीक्षा शीघ्र होगी, तो वह फेल करेगा। यह एक यौगिक प्रकथन है । इसमें 'वह फेल करेगा,' प्रकथन 'परीक्षा शीघ्र होगी' प्रकथन पर निर्भर बतलाया गया है। यह एक सोपाधिक प्रकथन है। ऐसे यौगिक प्रकथन को हेत्वाश्रित (hyqothetical) या आपादनात्मक (implicative) प्रकथन कहा जाता है। इसके दो निर्मायक अंग होते हैं, एक जो उपाधि को व्यक्त करता है, जैसे 'यदि परीक्षा शीघ्र होगी' और दूसरा जो उस उपाधि पर निर्भर बतलाया जाता है, जैसे, 'वह फेल करेगा'। वह निर्मायक अंग जो उपाधि है और जो 'यदि-तब' के बीच में होता है उसे पूर्ववर्ती (antecedent) या आपादक (implicans) और वह जो उस उपाधि पर निर्भर माना गया है और जो तब के बाद आता है उसे अनुवर्ती (consequent) या आपाद्य (implicate) कहा जाता है। सोपाधिक प्रकथनों में यह नहीं बताया जाता है कि इसका पूर्ववर्ती सत्य है या अनुवर्ती सत्य है पर मात्र इतना ही कि यदि पूर्ववर्ती सत्य है तब इसका अनुवर्ती भी सत्य है। ऐसे प्रकथन पूर्ववर्ती की सत्यता के सम्बन्ध में नहीं हैं पर केवल इसके विषय में कि पूर्ववर्ती से अनुवर्ती आपादित है। किसी भी सोपाधिक प्रकथन का अर्थ पूर्ववर्ती और अनुवर्ती में जो आपादन-सम्बन्ध बतलाया गया है उस पर निर्भर है।

यदि विभिन्न सोपाधिक प्रकथनों का परीक्षण किया जाय तो यह स्पष्ट होगा कि उनमें भिन्न प्रकार के आपादन व्यक्त हैं। उदाहरणार्थ, चार सोपाधिक प्रकथन लें।

१. यदि यह आकार त्रिभुज है, तो इसमें तीन भुजाएँ होंगी।
२. यदि सभी मूर्ख धोखा खाते हैं और राम मूर्ख है, तब वह धोखा खाएगा।
३. यदि सोना को सोहागा में डाला जाय, तो वह चमकेगा।
४. यदि राम जाएगा, तो वह आकाश को छू लेगा।

पहले सोपाधिक प्रकथन में 'यदि यह आकार त्रिभुज है तो इसमें तीन भुजाएँ होंगी', अनुवर्ती पूर्ववर्ती से 'त्रिभुज' की परिभाषा के आधार पर ही निगमित होता

Scanned with CamScanner

है। त्रिभुज की परिभाषा है कि उसमें तीन भुजाएँ होती हैं। यहाँ आपादन परिभाषामूलक है।

दूसरे सोपाधिक प्रकथन में अनुवर्ती पूर्ववर्ती से तार्किक रूप से निगमित होता है। पूर्ववर्ती और अनुवर्ती में आवश्यक सम्बन्ध नहीं है; 'मूर्ख होना' और 'धोखा खाने' में आवश्यक सम्बन्ध नहीं है। पर पूर्ववर्ती के सत्य होने पर अनुवर्ती निगमित होता है। अतः आपादन तर्कमूलक है।

तीसरे सोपाधिक प्रकथन में जो पूर्ववर्ती और अनुवर्ती में सम्बन्ध है वह तार्किक या परिभाषीय नहीं है। दोनों में कार्य-कारण सम्बन्ध है जो अनुभव के द्वारा स्थापित किया गया है। अतः यहाँ आपादन कारणमूलक है।

चौथे सोपाधिक प्रकथन में आपादन न परिभाषामूलक, न तार्किक और न कारणमूलक है। पूर्ववर्ती और अनुवर्ती में कोई कारण सम्बन्ध नहीं है। यह मात्र वक्ता की इच्छा या मनोदशा पर निर्भर है। अतः आपादन इच्छामूलक है।

इन उदाहरणों से यह स्पष्ट है कि कई प्रकार के आपादन होते हैं जिन्हें 'यदि—तब' शब्दों के द्वारा व्यक्त किया जाता है। तब हमें यह देखना है कि इनमें कोई आंशिक समता है या नहीं जैसा हमने वियोजन के दो रूपों में पाया था।

पहले सोपाधिक प्रकथन में,

(i) यदि पूर्ववर्ती सत्य है, तो अनुवर्ती भी सत्य है और यदि पूर्ववर्ती असत्य है, तो अनुवर्ती भी असत्य है।

(क) यदि यह आकार त्रिभुज है, तो इसमें तीन भुजाएँ होंगी,
यह आकार त्रिभुज है, (सत्य)
∴ इसमें तीन भुजाएँ हैं। (सत्य)

(ख) यदि यह आकार त्रिभुज है, तो इसमें तीन भुजाएँ होंगी,
यह आकार त्रिभुज नहीं है,
∴ इससे तीन भुजाएँ नहीं हैं। (सत्य)

दूसरे में,

(ii) यदि पूर्ववर्ती सत्य है, तो अनुवर्ती भी सत्य है पर यदि पूर्ववर्ती असत्य है, तब अनुवर्ती का असत्य होना आवश्यक नहीं है।

(क) यदि राम मूर्ख है, तब वह धोखा खाएगा,
राम मूर्ख है, (सत्य)
∴ वह धोखा खाएगा। (सत्य)

(ख) यदि राम मूर्ख है, तब वह धोखा खाएगा,
राम मूर्ख नहीं है,
∴ वह धोखा नहीं खाएगा। (?)

धोखा अन्य वजहों से भी हो जा सकता है। अतः अनुवर्ती असत्य भी हो सकता है, सत्य भी।

तीसरे में,

(iii) यदि पूर्ववर्ती सत्य हो तो अनुवर्ती भी सत्य है पर यदि पूर्ववर्ती असत्य हो, तो अनुवर्ती का असत्य होना आवश्यक नहीं है।

(क) यदि सोना सोहागा में डाला जाय, तो वह चमकेगा।
सोना सोहागा में डाला जाय। (सत्य)
∴ सोना चमकेगा। (सत्य)

(ख) यदि सोना सोहागा में डाला जाय, तो वह चमकेगा,
सोना सोहागा में नहीं डाला जाय,
∴ सोना नहीं चमकेगा। (?)

सोहागा के अतिरिक्त अन्य उपकरणों से भी सोना चमक सकता है। अतः अनुवर्ती असत्य भी हो सकता है, सत्य भी।

(iv) चौथे में, निर्णय के अनुसार यदि पूर्ववर्ती सत्य है, तो अनुवर्ती सत्य होगा पर पूर्ववर्ती के असत्य होने से अनुवर्ती के विषय में कोई निर्णय नहीं हो सकता है।

अतः इन चार प्रकार के आपादनों में,

(i) पहले में यदि पूर्ववर्ती सत्य है, तो अनुवर्ती सत्य है और पूर्ववर्ती असत्य, तो अनुवर्ती असत्य।

(ii) दूसरे में, यदि पूर्ववर्ती सत्य है, तो अनुवर्ती सत्य है पर यदि पूर्ववर्ती असत्य है, तो अनुवर्ती सत्य या असत्य हो सकता है।

(iii) तीसरे में, यदि पूर्ववर्ती सत्य है, तो अनुवर्ती सत्य है पर यदि पूर्ववर्ती असत्य है, तो अनुवर्ती सत्य या असत्य हो सकता है।

(iv) चौथे में, यदि पूर्ववर्ती सत्य है, तो वक्ता के निर्णयानुसार अनुवर्ती भी सत्य होगा, पर यदि पूर्ववर्ती असत्य हो, तो अनुवर्ती सत्य या असत्य माना जा सकता है।

चारों प्रकथनों में भेद है पर उनमें आंशिक समता भी है कि 'यदि पूर्ववर्ती सत्य है, तो अनुवर्ती भी सत्य है।' किसी भी सोपाधिक प्रकथन में यह शर्त लागू है। यदि पूर्ववर्ती सत्य हो और अनुवर्ती असत्य है तो किसी प्रकार का सोपाधिक प्रकथन हो, वह असत्य होगा। इसलिए किसी सोपाधिक प्रकथन में किसी प्रकार का आपादन-सम्बन्ध हो, यह आवश्यक है कि यदि पूर्ववर्ती सत्य है तो अनुवर्ती भी सत्य होगा। फिर, उनमें क्या आंशिक समानता है इससे भी ज्ञात होगा कि कब और कैसे ये सभी प्रकथन असत्य हो सकते हैं। किसी परिस्थिति में सोना यदि सोहागा में डाला जाय तो वह चमकेगा। यह तभी असत्य होगा यदि वास्तव में सोना सोहागा में डाला जाय और वह नहीं चमके अर्थात् यदि पूर्ववर्ती सत्य हो और अनुवर्ती असत्य।

Scanned with CamScanner

सोपाधिक प्रकथनों का यही आंशिक अर्थ है। कोई सोपाधिक प्रकथन तब असत्य होगा 'यदि पूर्ववर्ती सत्य हो और अनुवर्ती असत्य'। प्रतीकों के द्वारा भी इसे व्यक्त किया जा सकता है। कोई सोपाधिक प्रकथन 'यदि p तब q' तब असत्य होगा जब '$p \cdot \sim q$' सत्य मिले। इसलिए इस संयोजन का यदि निषेध हो तब वह सोपाधिक प्रकथन सत्य होगा अर्थात् $\sim(p \cdot \sim q)$ यदि हो तब।

$(p \cdot \sim q)$ यदि सत्य है तो सोपाधिक प्रकथन असत्य है।

$\sim(p \cdot \sim q)$ यदि सत्य है तो सोपाधिक प्रकथन सत्य है।

वियोजन में भी हमने पाया था कि उसके दो रूप होते हैं, उनमें एक अर्थ में आंशिक समता है कि एक विकल्प अवश्य सत्य होता है, इस अर्थ के लिए 'v' प्रतीक का प्रयोग किया जाता है, यह अर्थ दोनों प्रकार के वियोजन के लिए सत्य है। वैसे ही सोपाधिक प्रकथनों में कई प्रकार के आपादन होते हैं, उनमें एक अर्थ में आंशिक समता है कि यदि पूर्ववर्ती सत्य है तो अनुवर्ती सत्य होगा। इस आंशिक अर्थ के लिए '⊃' हार्सशू (horse-shoe) प्रतीक का प्रयोग होता है। अतः आपादन-सम्बन्ध कई प्रकार के हैं, पर '⊃' हार्सशू केवल उनके आंशिक अर्थ का प्रतीक है। इस प्रकार के आपादन-सम्बन्ध को वस्तुगत आपादन (material implication) कहा जाता है। इसमें किसी प्रकार के प्रकथन को अनुवर्ती माना जा सकता है, जैसे, यदि राम तेज है तो हिमालय पर्वत बर्फ से ढँका है। इसमें पूर्ववर्ती और अनुवर्ती में जो आपादन-सम्बन्ध है वह न तार्किक, न परिभाषीय, न कारण-सम्बन्ध है। '⊃' हॉर्सशू प्रतीक सभी के लिए है।

हॉर्सशू प्रतीक को या '$p \supset q$' को हम 'यदि p तब q', '$p \cdot q$ को आपादित करता है' या 'p केवल यदि q' रूपों में पढ़ते हैं। इसलिए 'यदि p, तब $q = p \supset q$'। '$p \supset q$' का अर्थ हुआ '$\sim(p \cdot \sim q)$'। '⊃' सत्यता फलनीय सम्बन्धक है जिसका अर्थ निम्नलिखित सत्यता सारणी में व्यक्त होता है।

p	q	$\sim q$	$p \cdot \sim q$	$\sim(p \cdot \sim q)$	$p \supset q$
T	T	F	F	T	T
T	F	T	T	F	F
F	T	F	F	T	T
F	F	T	F	T	T